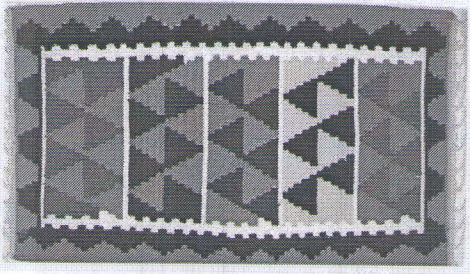


اهداف

- ۱- خط، نیم خط و پاره خط را نام گذاری کنند
- ۲- روابط بین پاره خط ها را بنویسند و درک کنند
- ۳- زاویه ها را نام گذاری کنند
- ۴- روابط بین زاویه ها را بنویسند و درک کنند
- ۵- زاویه های متمم، مکمل و متقابل در این رابطه یادآورند
- ۶- بانوشتن رابطه ها وارد استدلال منطقی شود



فصل ۳ هندسه و استدلال

۷- چند ضلعی منتظم را دریابید و رسم ساخته اند

۸- استدلال ها دریابید و رسم به صورت شهری و بدون اثبات بیان شده است

- روابط بین پاره خط ها
 - روابط بین زاویه ها
 - رسم مثلث
 - هم نهشتی مثلث ها
- شکل های هندسی در اطراف ما به وفور وجود دارند. ما در دنیایی از شکل ها و حجم ها زندگی می کنیم. انواع خطوط نیز به صورت های مختلف در زندگی ما دیده می شوند. خط، نقطه، زاویه، سطح و حجم عناصر اصلی علم هندسه اند.

$$\overline{AB} = x_B - x_A$$

$$\overline{BA} = x_A - x_B$$

اندازه‌ی جبری: اندازه‌ی جبری بردار \overline{AB} یا \overline{AB} غایب می‌دهیم $\Rightarrow \overline{AB} = -\overline{BA}$

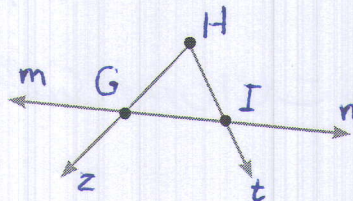
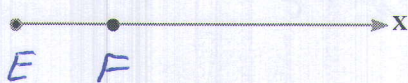
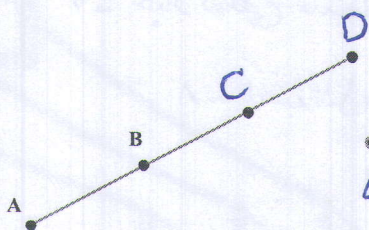
طول بردار \overline{AB} را به صورت $|\overline{AB}|$ غایب می‌دهیم

روابط بین پاره‌خط‌ها

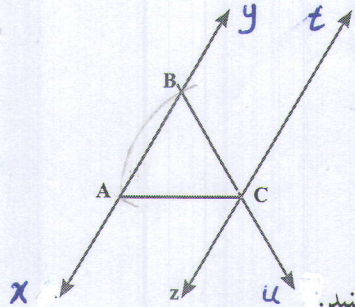
در ریاضیات برای نام‌گذاری شکل‌ها از حروف انگلیسی استفاده می‌کنیم. به‌طور معمول نقطه را با حروف بزرگ انگلیسی و دو سر خط را با حروف کوچک نام‌گذاری می‌کنیم.

تکرار: این کتاب برای اندازه‌ی پاره‌خط AB از \overline{AB} استفاده کرده‌است

۱- مانند نمونه‌ها شکل را با حروف انگلیسی نام‌گذاری کنید.



۲- در شکل زیر نام خط‌ها، نیم خط‌ها و پاره‌خط‌ها را بنویسید و در صورت لزوم از راهبرد الگوسازی استفاده کنید.



خط: $zt - xy$

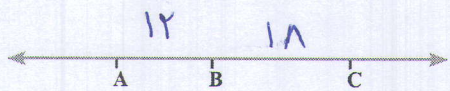
نیم خط: $(Ax, Ay), (Bx, By), (Bu, Cu), (ct, cz)$

پاره خط: AB, AC, BC

دو خط موازی نام ببرید و با علامت || موازی بودن را نشان دهید. $xy \parallel zt$

پاره خط‌ها را اندازه بگیرید و به‌صورت زیر طول آنها را نشان دهید و جاهای خالی را کامل کنید.

$$\overline{AB} = 12 \quad \overline{BC} = 18 \quad \overline{AC} = 30 \quad \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{AC}$$



$$\overline{AB} = 12 \quad \overline{BC} = 18 \quad \overline{AC} = 30$$

۳- در شکل مقابل پاره خط‌ها را اندازه بگیرید و بنویسید.

آیا $\overline{AB} = \overline{BA}$ است؟ چرا؟ بله، چون اندازه تغییر نمی‌کند (کلامی)

آیا بدون اندازه‌گیری می‌توان رابطه‌ی زیر را نوشت؟ چرا؟ پاره‌خط AC از پاره‌خط AB و BC بوجود آمده

$$\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC} \Rightarrow 12 + 18 = 30$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

آیا می‌توان رابطه‌ی دیگری نوشت؟ با قرار دادن اندازه‌ها به‌جای پاره خط‌ها درستی آنها را بررسی کنید.

$$\overline{AC} - \overline{BC} = \overline{AB}$$

اشکال جبری

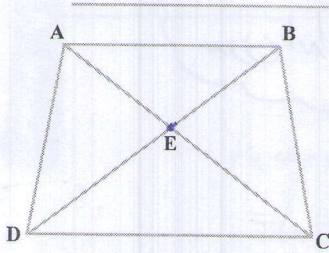
$$\frac{3 \times 2}{2} = 3$$

مقایسه‌ی پاره‌خط‌ها

اشکال دارد

دست‌ورزی

دانش آموز می‌تواند به‌کمک استدلال بررسی می‌شود



AB, AE, AC, AD

BE, BD, BC

CE, CD

DE

۱- تمام پاره خط‌ها را با کمک راهبرد الگوسازی بنویسید.

$$4 + 3 + 2 + 1 + 0 = 10$$

$$\frac{5 \times 4}{2} = 10$$

مانند نمونه رابطه‌های دیگر را بنویسید.

$$\overline{AE} + \overline{EC} = \overline{AC}$$

$$\overline{BD} - \overline{DE} = \overline{BE}$$

$$\overline{BE} + \overline{ED} = \overline{BD}$$

$$\overline{AC} - \overline{CE} = \overline{AE}$$

۱۵

۲۵

A B C

۲- با توجه به شکل مقابل طول پاره خط‌ها را اندازه بگیرید و نسبت‌های زیر را بنویسید.

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{15}{40} = \frac{3}{8}$$

$$\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{25}{40} = \frac{5}{8}$$

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} + \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{15}{40} + \frac{25}{40} = \frac{40}{40} = 1$$

آیا مجموع دو نسبت همیشه برابر یک می‌شود؟ چرا؟

هدف: رابطی بین پاره خط‌ها

درست و وزری

A M B

۲۴

۲۴

۱- در شکل مقابل نقطه M وسط پاره خط AB است.

پاره خط‌ها را اندازه بگیرید و درستی رابطه‌ها را بررسی کنید.

$$(\overline{AM} = \overline{MB}) \text{ زیرا } (24 = 24)$$

$$\overline{AB} = 2\overline{AM}$$

$$\overline{MB} = \frac{1}{2}\overline{AB}$$

$$48 = 2 \times 24 \checkmark$$

$$24 = \frac{1}{2} \times 48$$

$$\overline{AB} = 2\overline{AM}$$

$$\overline{AM} = \frac{1}{2}\overline{AB}$$

مانند تساوی‌های بالا تساوی‌های درست دیگر را بنویسید.

۲- اگر پاره خط‌های کوچک با هم برابر باشند، تساوی‌ها را با نوشتن عدد مناسب کامل کنید.

هدف: استدلال است

نصرت کتای استدلال

بیان می‌شود

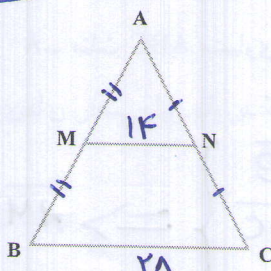
A B C D E

$$\overline{AC} = \frac{2}{3}\overline{AB} \quad \overline{CE} = \frac{1}{3}\overline{AE}$$

$$\overline{AE} = \frac{4}{3}\overline{BE} \quad \overline{BC} = \frac{1}{2}\overline{BC}$$

برای سادگی کار از مثلث متساوی‌الساقین استفاده می‌کنیم.

مثلث ABC متساوی‌الساقین است. تساوی‌های زیر را کامل کنید. M و N وسط‌های اضلاع هستند.



$$\overline{AB} = \overline{AC} = \underline{BC} \quad \overline{AM} = \frac{1}{2}\overline{AB}$$

$$\overline{AM} = \underline{BM} \quad \overline{AC} = \underline{2}\overline{AN}$$

$$\overline{MN} = \frac{1}{2}\overline{BC}$$

درستی تساوی مقابل را با اندازه‌گیری بررسی کنید.

استدلال کتای باشد

نکته: پاره خطی که وسط‌های دو ضلع یک مثلث را بهم وصل می‌کند نصف ضلع سوم و موازی با آن می‌باشد

$$\begin{aligned} AM &= BM \\ AN &= CN \end{aligned} \Rightarrow MN \parallel \frac{BC}{2}$$

آموزش دوستی استدلال

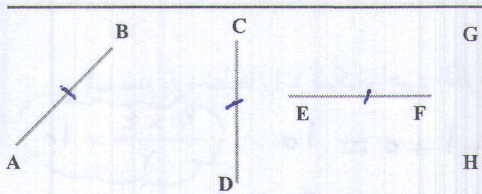
هر کدام از اضلاع مثلث AMN نصف

اضلاع مثلث ABC است و مثلث ABC متساوی

الاضلاع است پس مثلث AMN نیز متساوی الاضلاع است

بدون اندازه گیری

فعالیت



با توجه به پاره خط ها اگر بدانیم $\overline{AB} = \overline{DC}$

و $\overline{DC} = \overline{EF}$ و $\overline{EF} < \overline{GH}$ رابطه های زیر را کامل کنید (این علامت \Rightarrow یعنی نتیجه می گیریم).

$$\left. \begin{array}{l} \overline{AB} = \overline{DC} \\ \overline{DC} = \overline{EF} \end{array} \right\} \Rightarrow \overline{AB} = \overline{EF}$$

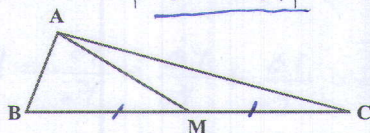
$$\left. \begin{array}{l} \overline{AB} = \overline{EF} \\ \overline{EF} < \overline{GH} \end{array} \right\} \Rightarrow \overline{AB} < \overline{GH}$$

$(\overline{AB}, \overline{AM}, \overline{AC}), (\overline{BM}, \overline{BC}), (\overline{CM})$

$$3 + 2 + 1 + 0 = 4$$

$$\frac{3 \times 3}{2} = 4$$

۱- هر تعداد رابطه درست بین پاره خط ها در شکل زیر می بینید، در دفتر خود بنویسید. تمام پاره خط ها را نام



$$BM = MC$$

بیرید. (M وسط ضلع BC است).

$$BM = \frac{1}{2} BC, CM = \frac{1}{2} BC$$

$$BC = 2BM, BC = 2CM$$

۲- یک خط رسم کنید و نقاط D, C, B, A را طوری روی آن نام گذاری کنید که رابطه زیر درست باشد.

$$\overline{BD} - \overline{AD} = \overline{BC} + \overline{AC}$$

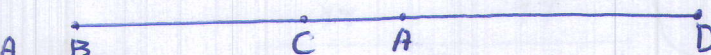
$$\overline{BC} + \overline{CA} = \overline{BA}$$

$$\overline{AM} = \frac{1}{2} \overline{AB}$$

$$\overline{AN} = \frac{1}{2} \overline{AC}$$

$$\overline{MN} = \frac{1}{2} \overline{BC}$$

$$\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{BC}$$

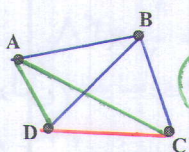
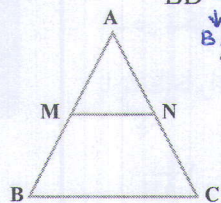


بالا

۳- مثلث ABC متساوی الاضلاع است. M, N وسط های ضلع اند. چگونه می توانید دلیل بیاورید

که مثلث AMN نیز متساوی الاضلاع است؟ $\Rightarrow \overline{AM} = \overline{MN} = \overline{AN}$

تمام نقاط شکل مقابل را به هم وصل کنید. چه شکلی به وجود آمد؟



تعداد اضلاع - تعداد پاره خط ها = تعداد نقاط

رسم شده است کدام پاره خط ها اضلاع شکل مقابل را مشخص می کنند؟

$\rightarrow AC, BD$

۵- با رسم شکل های مناسب به سوال های زیر پاسخ دهید.

الف) از یک نقطه چند خط می گذرد؟ \rightarrow بی شمار

ب) از یک نقطه چند خط راست می گذرد؟ \rightarrow بی شمار

ج) از دو نقطه چند خط (از انواع مختلف) می گذرد؟ \rightarrow بی شمار

د) از دو نقطه چند خط راست می گذرد؟ \rightarrow یک خط

$$10 \times 2 = 20$$

$$20$$

۶- اگر روی یک خط راست ۱۰ نقطه بگذاریم، چند نیم خط به وجود می آید؟ چرا؟

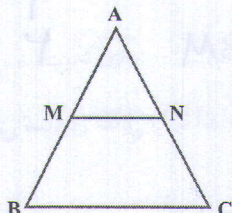
۷- قد علی (a) بلندتر از قد حسن (b) و قد حسن (c) است

$$\left. \begin{array}{l} a > b \\ b = c \end{array} \right\} \Rightarrow a > c$$

علی بزرگ تر از حسین است

رابطه مقابل را کامل کنید و نتیجه را به فارسی بنویسید.

۸- مثلث ABC متساوی الساقین است. M و N وسط ساق های AB و AC هستند. با نوشتن روابط و

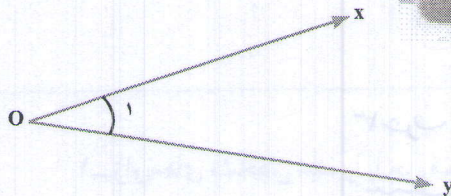


$$AB \text{ وسط } M \Rightarrow \overline{AM} = \frac{1}{2} \overline{AB}$$

$$AC \text{ وسط } N \Rightarrow \overline{AN} = \frac{1}{2} \overline{AC}$$

$$\Rightarrow \overline{AM} = \overline{AN}$$

$$\overline{AB} = \overline{AC} \Rightarrow \overline{AM} = \overline{AN}$$



زاویه مقابل نام گذاری شده و به چند صورت خوانده می شود.

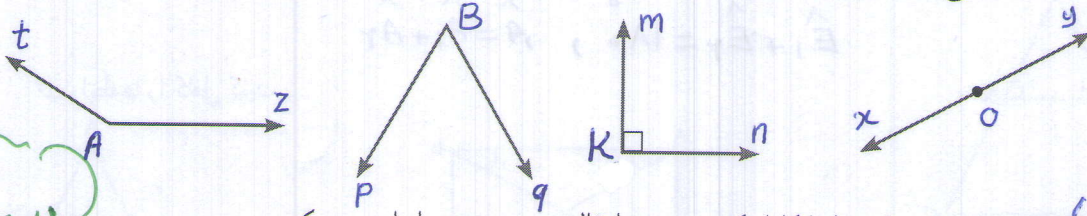
چرا از حروف کوچک و بزرگ استفاده شده است؟

$$\hat{x}\hat{O}y = \hat{y}\hat{O}x = \hat{O} = \hat{O}_1 = \hat{1}$$

زیرا طبق قرارداد نقاط با حروف بزرگ و نیم خط از سمتی که باز است با حروف کوچک

فعالیت

۱- با انواع زاویه ها در سال گذشته آشنا شده اید. زاویه ها را نام گذاری کنید و نوع آن را مشخص کنید.



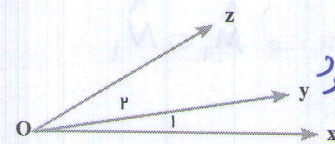
۲- تساوی بین زاویه ها را کامل کنید. سپس با مقاله درستی نوشته ها را بررسی کنید.

$$\hat{x}\hat{O}y + \hat{y}\hat{O}z = \hat{x}\hat{O}z$$

$$\hat{x}\hat{O}z - \hat{x}\hat{O}y = \hat{y}\hat{O}z$$

$$\hat{O}_2 + \hat{O}_1 = \hat{x}\hat{O}z$$

$$\hat{x}\hat{O}z - \hat{O}_1 = \hat{y}\hat{O}z$$



وقتی به صورت شعاعی
و با ابزار بررسی شود
یا دگریری عمیق تر شود

استدلال کلامی

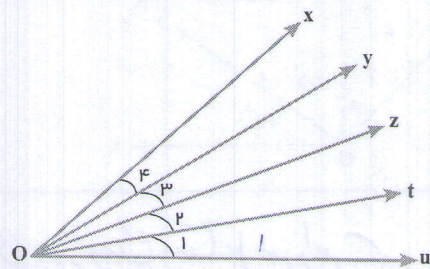
۳- زاویه های $\hat{O}_1, \hat{O}_2, \hat{O}_3$ و همه با هم برابرند. جاهای خالی را با عدد مناسب کامل کنید.

$$\hat{x}\hat{O}u = \hat{1} \hat{O}_1$$

$$\hat{x}\hat{O}t = \hat{1} t\hat{O}x$$

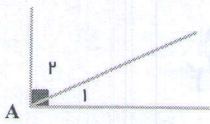
$$\hat{y}\hat{O}t = \hat{2} \hat{O}_2$$

$$\hat{O}_2 = \hat{1} \hat{z}\hat{O}u$$



بدون اندازه گیری

۴- برای زاویه های متمم و مکمل تساوی بنویسید.



$$\hat{A}_1 + \hat{A}_2 = 90^\circ$$

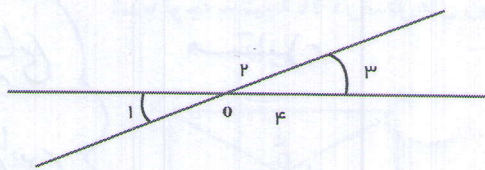
$$\hat{A} + \hat{B} = 90$$

$$\hat{O}_1 + \hat{O}_2 = 180$$

$$\hat{A} + \hat{B} = 180$$

۵- زاویه های متقابل به رأس را در شکل مقابل می بینید.

تساوی ها را با عدد مناسب کامل کنید.

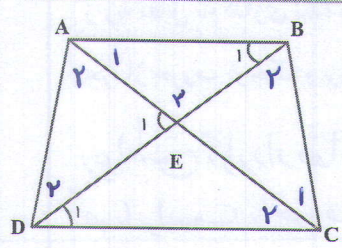


$$\hat{O}_1 + \hat{O}_2 = 180$$

$$\hat{O}_2 + \hat{O}_3 = 180$$

$$\hat{O}_1 + \hat{O}_4 = 180$$

$$\hat{O}_3 + \hat{O}_4 = 180$$



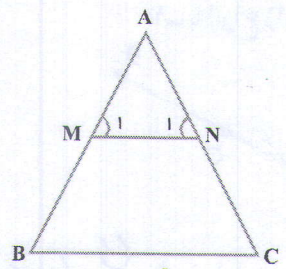
۳ حرف

$$\begin{aligned}\hat{D}_1 &= \hat{EDC} \text{ و } \hat{BDC} \\ \hat{B}_1 &= \hat{EBA} \text{ و } \hat{DBA} \\ \hat{E}_1 &= \hat{AED}\end{aligned}$$

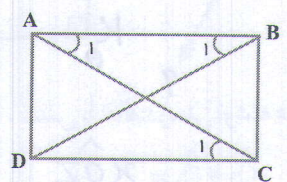
۱- زاویه های مشخص شده را با حروف نام ببرید.

۴ تا از رابطه های بین زاویه ها را بنویسید.

$$\begin{aligned}\hat{ADC} &= \hat{D}_r + \hat{D}_1 \text{ و } \hat{A}_r + \hat{D}_r + \hat{E}_1 = 180^\circ \\ \hat{E}_1 + \hat{E}_r &= 180^\circ, \hat{A} = \hat{A}_1 + \hat{A}_r\end{aligned}$$



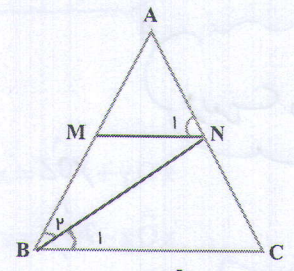
$$\left. \begin{aligned}\hat{B} &= \hat{C} \\ \hat{B} &= \hat{M}_1 \\ \hat{C} &= \hat{N}_1\end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{M}_1 = \hat{N}_1$$



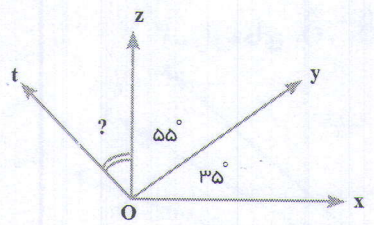
$$\left. \begin{aligned}\hat{A}_1 &= \hat{C}_1 \\ \hat{B}_1 &= \hat{A}_1\end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{C}_1$$

استدلال روابط بین زاویه ها

۲- رابطه ها را کامل کنید.



$$\left. \begin{aligned}\hat{B}_1 &= \hat{B}_r \\ \hat{B}_1 &= \hat{N}_1\end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{B}_r = \hat{N}_1$$



۳- با توجه به شکل و تکمیل رابطه زیر، مقدار زاویه؟ را پیدا کنید.

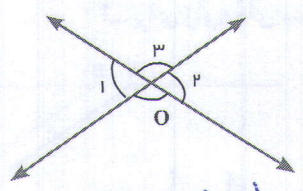
$$x\hat{O}t = t\hat{O}z + z\hat{O}y + \hat{xOy}$$

اگر $x\hat{O}t = 120^\circ$ باشد.

$$120^\circ = \boxed{?} + 55^\circ + 35^\circ \Rightarrow \boxed{?} = 30^\circ$$

$$\begin{aligned}55 + 35 &= 90 \\ 120 - 90 &= 30\end{aligned}$$

۱- با توجه به شکل مقابل رابطه ها را کامل کنید. استدلال تساوی دوزاویه متقابل به راس

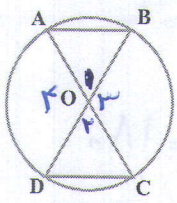


$$\left. \begin{aligned}\hat{O}_1 + \hat{O}_3 &= 180^\circ \\ \hat{O}_2 + \hat{O}_4 &= 180^\circ\end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{O}_1 = \hat{O}_3$$

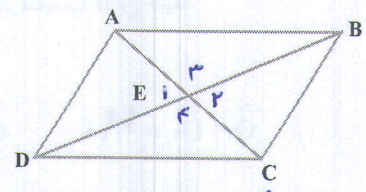
چه نتیجه ای از این فعالیت می گیرید؟ زاویه های متقابل به راس با هم برابرند

هرگز دایره ایست

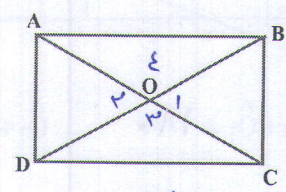
۲- با توجه به نتیجه بالا در شکل های زیر زاویه های مساوی را مشخص کنید. متوازی الاضلاع



$$\hat{O}_1 = \hat{O}_2 \text{ و } \hat{O}_3 = \hat{O}_4$$



$$\begin{aligned}\hat{E}_1 &= \hat{E}_2 \\ \hat{E}_3 &= \hat{E}_4\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}\hat{O}_1 &= \hat{O}_2 \\ \hat{O}_3 &= \hat{O}_4\end{aligned}$$

فقط زاویه های متقابل به راس گفته شود

$$OA = OB \Rightarrow \hat{A} = \hat{B}$$

$$OC = OD \Rightarrow \hat{C} = \hat{D}$$

$$\hat{OAB} = \hat{OCD} \Rightarrow \hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = \hat{D}$$

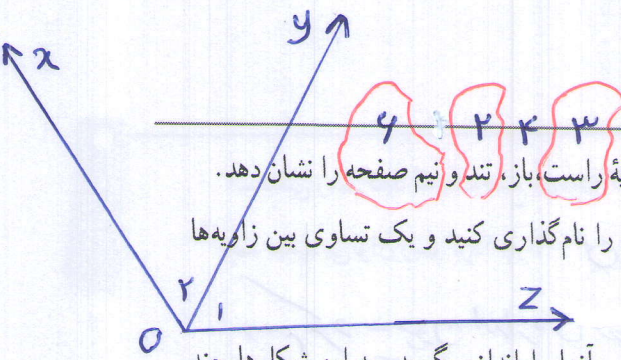
زاویه نیم ساعت: ساعت ۴ و ...

زاویه یک ساعته: ساعت ۲ و ...

زاویه یک و نیم ساعته: ساعت ۳ و ...

زاویه دو ساعته: ساعت ۴ و ...

33



۱- زمان هایی را بنویسید که عقربه بین ساعت شمار و دقیقه شمار زاویه راست، باز، تند و نیم صفحه را نشان دهد.

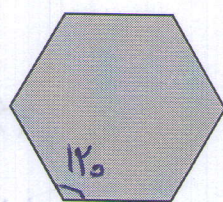
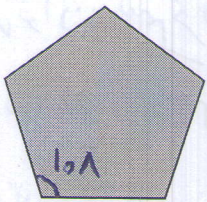
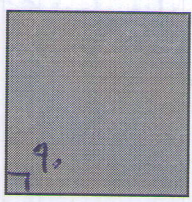
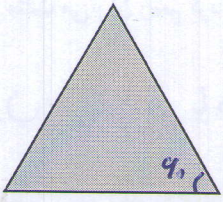
۲- یک زاویه 120° رسم کنید. با نقاله نیم ساز آن را بکشید. زاویه را نام گذاری کنید و یک تساوی بین زاویه ها بنویسید.

$$\hat{O}_1 = \frac{1}{r} \times \hat{O}Z \quad \hat{O}_1 + \hat{O}_2 = \hat{O}Z \quad \text{یا} \quad \hat{O}_1 = \hat{O}_2$$

۳- در شکل های زیر همه ضلع ها و زاویه های شکل ها با هم برابرند. آنها را اندازه بگیرید. به این شکل ها چند ضلعی های منتظم می گوئیم.

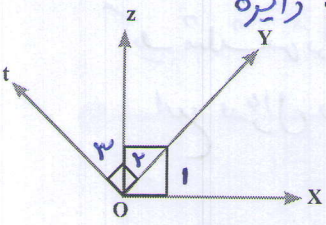
نگارای (طالس ششم)

صحنه ۵۱ یابری ششم



با افزایش تعداد ضلع ها زاویه های هر رأس چند ضلعی چه تغییری می کند؟ بزرگ تر می شوند (الگویابی)

اگر به همین ترتیب تعداد ضلع ها افزایش پیدا کند به چه شکلی نزدیک و نزدیک تر می شود؟ رابره



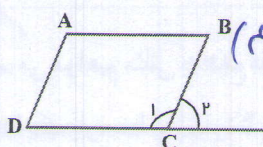
۴- در شکل مقابل می دانیم زاویه های $\hat{O}Z$ و $\hat{O}Y$ ، 90° هستند.

چگونه می توانید نتیجه بگیرید که زاویه های $\hat{O}Y$ و $\hat{O}Z$ مساوی اند؟

$$\left. \begin{array}{l} \hat{O}_1 + \hat{O}_2 = 90 \\ \hat{O}_1 + \hat{O}_2 = 90 \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{O}_1 = \hat{O}_2$$

۵- می دانیم در متوازی الاضلاع زاویه های کنار هم مثل A و B و یا D و C و یا A و B و یا C و D با هم مکمل اند.

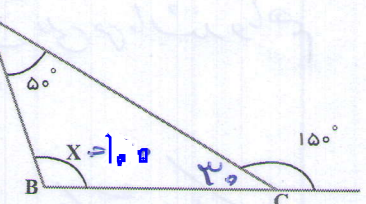
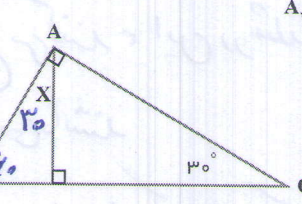
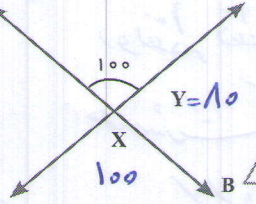
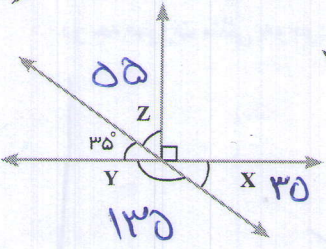
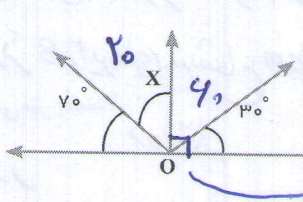
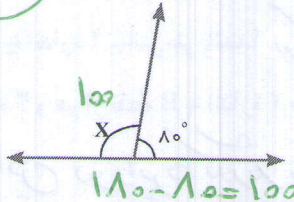
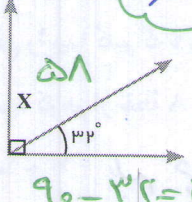
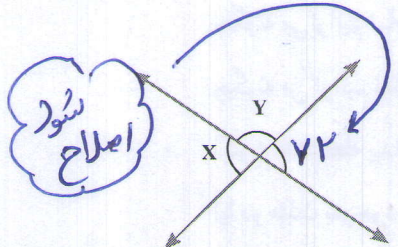
صحنه ۵۱ یابری ششم

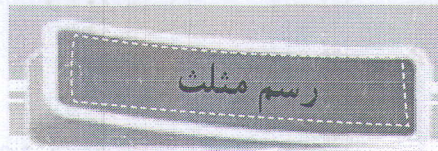


چگونه می توانید نتیجه بگیرید که زاویه \hat{B} و \hat{C} مساوی اند؟

$$\left. \begin{array}{l} \hat{C}_1 + \hat{B} = 180 \\ \hat{C}_1 + \hat{C}_2 = 180 \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{B} = \hat{C}_2$$

۶- اندازه زاویه \hat{Y} را در شکل های زیر پیدا کنید. بدون ابزار





۱- مثلثی رسم کنید که یک ضلع آن $AB = 3 \text{ cm}$ باشد.

چند مثلث می توان رسم کرد؟ چرا؟ بی شمار مثلث می توان

A ————— B

رسم کرد - چون اندازه ی دو ضلع دیگر را نداریم و بهرخواه
می توانیم رسم کنیم

۲- مثلثی رسم کنید که یک ضلع آن $AB = 3 \text{ cm}$ ، یک ضلع آن $AC = 2 \text{ cm}$ باشد.

چند مثلث می توان رسم کرد؟ بی شمار مثلث می توان رسم کرد

چون می توانیم با هر زاویه ی دلخواهی این دو ضلع را رسم کنیم

۳- مثلثی رسم کنید که ضلع های AB ، AC ، BC به ترتیب ۳، ۲ و $\frac{2}{5}$ باشد.

چند مثلث می توان رسم کرد؟

کند مثلث می توان رسم کرد - در صورتی که دانش آموزان جوابی ۲ یا ۴ یا ۱۲ را به
این سؤال دادند به آن ها بگوئید که هر یک از این مثلث ها یکی می باشد و چرخیده اند
وقتی مثلث ها را رسم می کنید آنها را مطابق با صورت مسئله نام گذاری کنید و اندازه ها را روی آنها بنویسید.

کمان ها و خط هایی را که در رسم مثلث استفاده کردید، پاک نکنید.

۱- می خواهیم مثلثی به ضلع های $AC = 3$ و $AB = 4$ و $BC = 2$ سانتی متر رسم کنیم.

ابتدا یک پاره خط به اندازه ۴ سانتی متر را بکشید.

چگونه می توانیم تمام نقاطی را پیدا کنیم که تا رأس A به اندازه ۳ سانتی متر باشند؟ دایره ای به مرکز A و به شعاع ۳ رسم می کنیم
چگونه می توانیم تمام نقاطی را پیدا کنیم که تا رأس B به اندازه ۲ سانتی متر باشند؟ به مرکز B دایره ای به شعاع ۲ cm رسم می کنیم
اکنون چند نقطه پیدا می شود که هم از نقطه A به اندازه ۳ و هم از نقطه B به اندازه ۲ سانتی متر باشند؟ دو نقطه
آیا دو مثلث به وجود می آید؟ چرا؟ بله چون این دو دایره یکدیگر را در دو نقطه

در چه صورت مثلثی به وجود نمی آید؟
در صورتی که دایره ها یکدیگر را قطع نکنند یا در یک نقطه یکدیگر را قطع کنند مثلثی
همیشه می باشد

۳۶ ← در صورتی که دایره ها یکدیگر را قطع نکنند یا در یک نقطه یکدیگر را قطع کنند مثلثی
به وجود نمی آید

۱- مثلی رسم کنیم که یک ضلع آن $AB = 3\text{ cm}$ و یک زاویه آن $\hat{A} = 50^\circ$ باشد.

چند مثلث به دست می آید؟ چرا؟ می شمار چون ضلع AC را نداریم
و هر دانش آموز می تواند آن را به دخیان در نظر بگیرد

۲- مثلی رسم کنید که یک ضلع آن $AB = 3\text{ cm}$ و زاویه آن $\hat{A} = 50^\circ$ و $\hat{B} = 40^\circ$ باشد.

چند مثلث به دست می آید؟ چرا؟ فقط یکی، در صورتی که دانش آموزان
جواب های ۲ و ... دارند شما توضیح دهید که این مثلث ها
کاملی نمی باشند که چرخیده اند

۳- مثلی رسم کنید که یک ضلع آن $AB = 2\text{ cm}$ و ضلع دیگر آن $AC = 3\text{ cm}$ باشد.

چند مثلث می توان رسم کرد؟ چرا؟ می شمار مثلث می توان رسم کرد

چون زاویه بین دو ضلع مشخص نشده است

۴- مثلی رسم کنید که یک ضلع آن $AB = 2\text{ cm}$ و ضلع دیگر آن $AC = 3\text{ cm}$ باشد. زاویه بین آنها یعنی $\hat{A} = 50^\circ$ باشد.

چند مثلث می توان رسم کرد؟ چرا؟ ! مثلث

چون فقط یک حالت وجود می آید و حالت های دیگر مثلث جدیدی بوجود نمی آید
فقط یک مثلث بوجود می آید و حالت های دیگر همان مثلث است که چرخیده

تاکنون سه حالت برای رسم مثلث آموخته اید که به اختصار آنها را (ض ض ض) سه ضلع، (ض ض ز) دو زاویه و

یک ضلع بین، (ض ز ض) دو ضلع و زاویه بین می نامند. اگر مثلث دیگری از شما خواسته شد ابتدا باید آن را به یکی

از حالت های سه گانه بالا تبدیل کنید؛ سپس آن مثلث را رسم کنید.

دست ورزی

۱- مثلث ABC را در حالت های زیر رسم کنید. (نام گذاری و اندازه گیری را فراموش نکنید.)

الف) $\overline{AB} = 5 \text{ cm}$ ، $\overline{AC} = 4 \text{ cm}$ ، $\overline{BC} = 2 \text{ cm}$

ب) $\overline{AB} = 5 \text{ cm}$ ، $\overline{AC} = 4 \text{ cm}$ ، $\hat{A} = 55^\circ$

ج) $\overline{AB} = 5 \text{ cm}$ ، $\hat{B} = 100^\circ$ ، $\hat{A} = 55^\circ$

۲- مثلث ABC را رسم کنید که $\hat{A} = 50^\circ$ ، $\hat{B} = 75^\circ$ و $\hat{C} = 55^\circ$ باشد.

چند مثلث با این شرایط می توانید رسم کنید؟ بی شش مثلث می توان رسم کرد

اگر در مثلث هر سه زاویه با هم برابر باشند، آیا قابل انطباق اند؟ خیر، می توانند غیر قابل انطباق باشند
دلیل خود را بیان کنید. چون می توانند اضلاع متفاوتی داشته باشند

۳- مثلث قائم الزاویه ای رسم کنید که دو ضلع زاویه قائمه آن ۳ و ۴ سانتی متر باشد. سپس ضلع دیگر آن را اندازه بگیرید.

پروژه تحقیقی

می توان به قضیه (ابطالی) فیثاغورس اشاره ای کرد

۴- مثلث متساوی الساقینی رسم کنید که قاعده آن ۳ سانتی متر و زاویه رأس آن 40° درجه باشد.

۵- مثلث متساوی الساقینی رسم کنید که طول ساق آن $2/5$ سانتی متر و زاویه های کنار قاعده آن 50° درجه باشد.

۶- آیا می توان مثلثی با سه ضلع ۲ و ۳ و ۷ رسم کرد؟ چرا؟ خیر می توان

مجموع دو ضلع باید بزرگ تر از ضلع سوم باشد در غیر این صورت نمی توان یک مثلث را قطع می کنند



۷- فاصله یک فانوس دریایی از کشتی A، ۵ کیلومتر است. فاصله فانوس دریایی از کشتی B نیز ۶ کیلومتر است. فاصله دو کشتی از یکدیگر ۴ کیلومتر است. هم اکنون نور فانوس دریایی روی کشتی B است. نور افکن چند درجه باید بچرخد تا نور آن روی کشتی A بیفتد؟

(هر کیلومتر را یک سانتی متر روی دفتر خود در نظر بگیرید. پس از رسم مثلث

زاویه مورد نظر را اندازه بگیرید.)

۸- نقاطی را از مستطیل پیدا کنید که فاصله آنها تا نقطه A برابر ۲ سانتی متر باشد. این مسئله در چه صورتی جواب ندارد؟

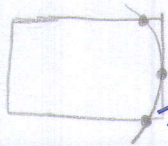
۱- دو جواب

۲- یک جواب

۳- سه جواب

۴- جواب ندارد

بهر مرکز A و شعاع ۲ سانتی متر دایره ای را رسم می کنیم
چهار حالت بوجود می آید

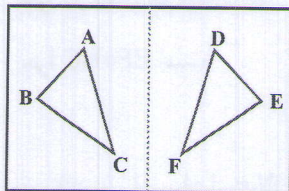


هم نهشتی مثلث‌ها

فعالیت

درس ورزی

۱- روی یک صفحه کاغذ مثلثی مانند مثلث ABC رسم کنید. کاغذ را مانند شکل از وسط تا کنید و مثلث را پررنگ‌تر کنید. تا شکل در طرف دیگر کاغذ مشخص شود. کاغذ را



باز کنید و مثلث دیگر را DEF بنامید.

با درس ورزی مفهوم قابل انطباق بودن را متوجه شوند و با چشم ببینند

این دو مثلث ABC و DEF که بر هم منطبق می‌شوند، با یکدیگر هم نهشت (یا قابل انطباق) هستند و می‌نویسیم:

$$\triangle ABC = \triangle DEF$$

به جای علامت هم نهشتی از علامت مساوی استفاده شده است

چه راه‌های دیگری برای بررسی منطبق شدن دو مثلث می‌دانید؟ (برای مثال استفاده از کاغذ پوستی یا شفاف یا کاغذ

بررسی اجزاء آن‌ها زاویه‌ها و ضلع‌ها

کارین

۲- در دو مثلث هم نهشت (قابل انطباق)، همه اجزای متناظر با یکدیگر مساوی‌اند تساوی‌های زیر را کامل کنید:

$$\overline{AB} = \overline{DE}$$

$$\overline{BC} = \overline{EF}$$

$$\overline{AC} = \overline{DF}$$

$$\hat{A} = \hat{D}$$

$$\hat{B} = \hat{E}$$

$$\hat{C} = \hat{F}$$

اصلاح شود

۳- مثلث‌های ABC و DEF را با مشخصات زیر رسم کنید.

$$DE = 3 \text{ cm} \quad DF = 2 \text{ cm} \quad \hat{A} = 40^\circ$$

$$AB = 3 \text{ cm} \quad AC = 2 \text{ cm} \quad \hat{D} = 40^\circ$$

آیا دو مثلث با یکدیگر هم نهشت‌اند؟ تساوی سایر اجزای آن‌ها را بنویسید.

$$\overline{CB} = \overline{FE}, \quad \hat{C} = \hat{F}, \quad \hat{B} = \hat{E}$$

همان‌طور، که در درس رسم مثلث هم دیدید، با داشتن دو ضلع و زاویه بین آنها فقط یک مثلث به دست می‌آید، پس می‌توانیم نتیجه بگیریم: اگر دو ضلع و زاویه بین آنها از مثلثی با دو ضلع و زاویه بین آنها از مثلث دیگری برابر باشند، آن دو مثلث قابل انطباق و یا هم نهشت‌اند.

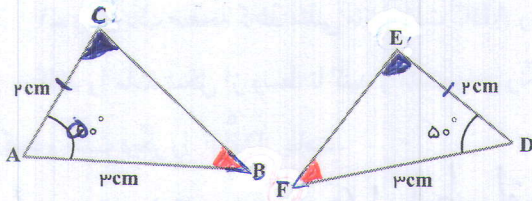
از این نتیجه در انجام فعالیت بعدی کمک بگیرید.

در مواردی در اثبات‌ها از قضایایی استفاده می‌شود که هنوز اثبات نشده و به نظر بنده باید مطالبی که حق استفاده از آن‌ها را داریم را به عنوان نکته یا راهی می‌کرد

اندازه اضلاع دو مثلث در شکل داده شده است.

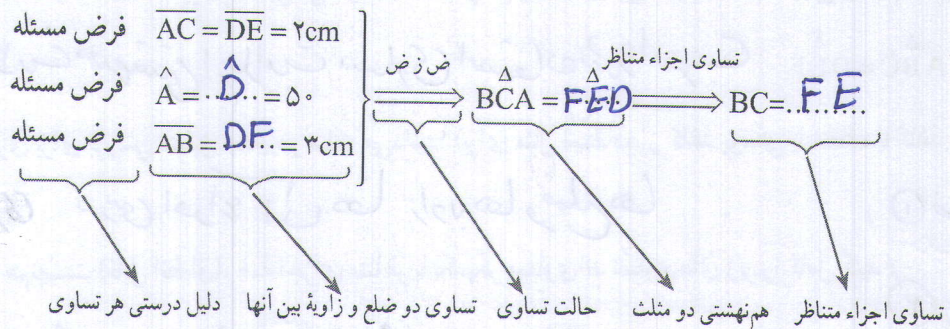
چرا دو مثلث هم نهشت‌اند؟

چرا $EF=BC$ است؟



در هندسه برای بیان استدلال به شیوه زیر عمل می‌کنیم. قسمت‌های خالی را تکمیل کنید تا استدلال کامل شود.

بخشی استدلال کردن
را به صورت گام به گام
آموزش دهید



به همین ترتیب در مورد دو حالت دیگر رسم مثلث نیز می‌توان نتیجه‌گیری کرد و در استدلال کردن برای هم نهشتی

استفاده کرد.

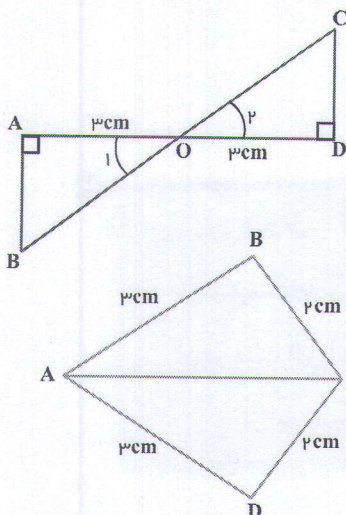
- اگر سه ضلع از مثلثی با سه ضلع مثلثی دیگر برابر باشد، آن دو مثلث بر هم قابل انطباق‌اند.

- اگر دو زاویه و ضلع بین آن، از یک مثلث با دو زاویه و ضلع بین آن، از مثلثی دیگر برابر باشد، آن دو مثلث با

هم، هم نهشت‌اند.

۱- با توجه به شکل استدلال کنید که چرا دو مثلث هم نهشت‌اند؟

چرا $CD=AB$ است؟



قائمه هستند. $\hat{A} = \hat{D}$
فرض مسئله $AO = DO$
متقابل به رأس $\hat{O}_1 = \hat{O}_2$

$\triangle AOB = \triangle COD \Rightarrow \hat{B} = \hat{C}$
 $AB = DC$
 $OB = OC$

۲- دلیل قابل انطباق بودن دو مثلث را بنویسید.

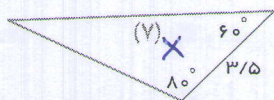
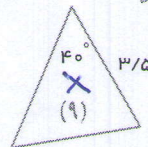
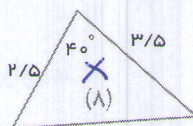
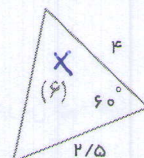
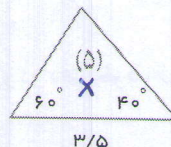
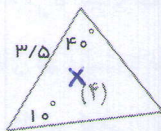
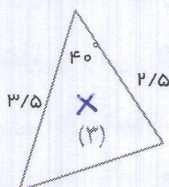
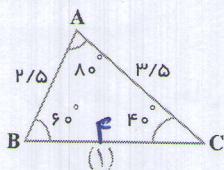
$AC = AC$ (ضلع مشترک)
 $AB = AD = 3\text{cm}$
 $BC = DC = 2\text{cm}$

$\triangle ABC = \triangle ADC$
۴۰

(K) قسمة و

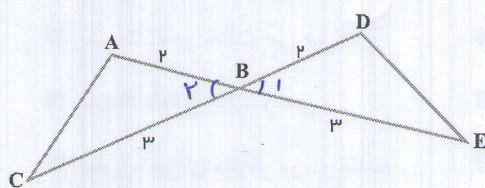
اصلاح سو

۱- مشخص کنید مثلث ABC با کدام مثلث و در چه حالتی برابر است.

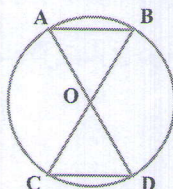


(60, 60)

اصلاح نسو



۲- با توجه به شکل مقابل چرا $AC=DE$ ؟

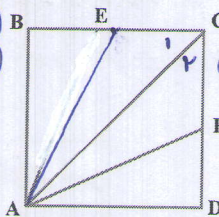


(۵ مرکز دایره است)

۳- با توجه به شکل مقابل چرا $AB=CD$ ؟

۴- چهار ضلعی ABCD، مربع است و نقاط E و F در وسط اضلاع BC و CD قرار دارند اگر E وسط ضلع BC از

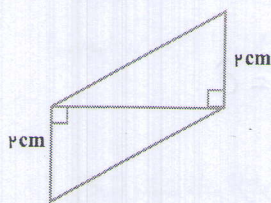
سُئِلَ اصْلَاحُ
سُورِ



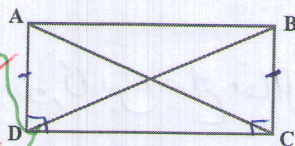
مربع و F وسط ضلع CD از مربع باشد، چرا دو مثلث ADF و ABE هم نهشت اند؟

$AB \equiv AD$ \Rightarrow $\triangle ABE \cong \triangle ADF \Rightarrow AE = AF$

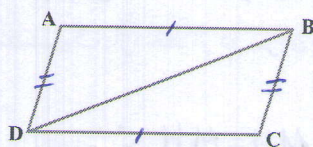
چرا دو مثلث ACF و AEC هم نهشت اند؟

$$\left. \begin{array}{l} AE = AF \\ AC = AC \\ EC = FC \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{من طرف} \\ \text{من طرف} \end{array} \Rightarrow \triangle ACF = \triangle AEC$$


۵- دلیل تساوی دو مثلث را بنویسید و تساوی اجزای متناظر دو مثلث را مشخص کنید.

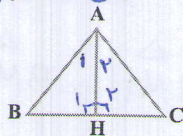


۶- چهار ضلعی ABCD مستطیل است. چرا قطرهای مستطیل با هم برابرند؟



۷- چهار ضلعی ABCD متوازی الاضلاع است.

چرا زاویه‌های مقابل (\hat{A} و \hat{C}) مساوی‌اند؟



۸- AH هم نیمساز زاویه A است و هم به ضلع BC عمود است.

چرا دو مثلث AHB و AHC با هم قابل انطباق اند؟

۴۱ قانداق؟

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= A_2 \\ \hat{H}_1 &= \hat{H}_2 = 9, \\ AH &= AH \end{aligned} \right\} \xRightarrow{\text{توقۇت}} \triangle ABH = \triangle ACH$$

۳ مرور فصل

مفاهیم و مهارت ها

در این فصل واژه های زیر به کار رفته اند. مطمئن شوید که می توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید. برای هر کدام مثال بزنید.

■ اجزای متناظر ■ متقابل به رأس ■ مثلث های هم نهشت یا قابل انطباق

در این فصل روش های اصلی زیر مطرح شده اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس تهیه کنید.

■ نام گذاری پاره خط، نیم خط و خط ■ نام گذاری زاویه

■ نوشتن رابطه بین پاره خط ها ■ نوشتن رابطه بین زاویه ها

■ نتیجه گیری از چند تساوی درست ■ دلیل تساوی دو زاویه متقابل به رأس

■ رسم مثلث در حالت ض ض ض ■ رسم مثلث در حالت ض ض ض

■ رسم مثلث در حالت ض ض ز ■ رسم مثلث با تبدیل به یکی از سه حالت ترسیم

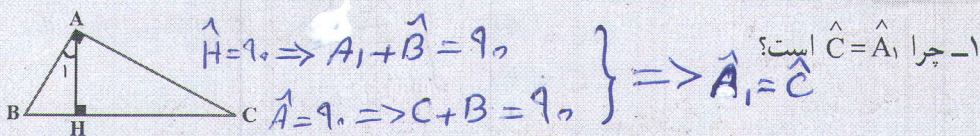
■ تساوی اجزای متناظر در دو مثلث ■ بیان استدلال تساوی دو مثلث به زبان ریاضی

کاربرد

کاربرد این درس را در فصل های ششم (بردار) و نهم (ترسیم های هندسی) خواهید دید. ضمن آنکه در کشیدن شکل های هندسی،

گرافیک کامپیوتر، طراحی و نیز کاربرد دارد.

تمرین های ترکیبی

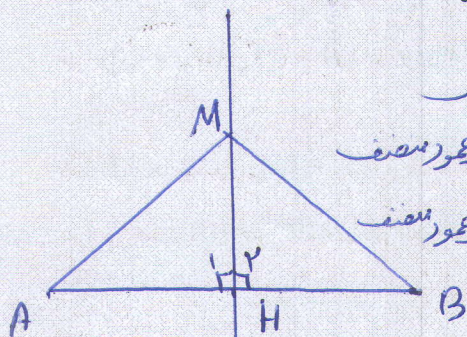


۲- الف) مثلث قائم الزاویه ای رسم کنید که وتر آن ۳ سانتی متر و یک زاویه آن 30° درجه باشد.

ب) ضلع روبه رو به زاویه 30° را اندازه بگیرید. چه نتیجه ای می گیرید؟

رابطه ای بین ضلع مقابل به زاویه 30° و وتر را در مثلث قائم الزاویه بررسی کنید

۳- چرا هر نقطه روی عمود منصف یک پاره خط از دو سر آن به یک اندازه است؟



$$\left. \begin{array}{l} MH = MH \text{ (مشترک)} \\ \hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ \text{ (تعریف عمود منصف)} \\ AM = BH \text{ (تعریف عمود منصف)} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle AMH = \triangle BMH$$

$$\Rightarrow AM = BM$$

۴۲